

**POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA**  
**Examen de admisión de MATEMÁTICAS**  
**Semestre 2007-1**

Nombre del estudiante \_\_\_\_\_

1. Realice la factorización del cociente  $\frac{(x-3)(2x-1)-(2x-6)(x+1)}{1-x^2}$  y precise para que valores no es válido.
2. Desarrolle y resuelva la siguiente ecuación  $(2x-3)(4x+3)+(5x-3)(x-4)=0$ .
3. ¿Cuántas banderas tricolores pueden formarse con siete colores distintos ?  
(a) 210 (b) 216 (c) 198

Geometría analítica

4. Pruebe que los puntos  $(3,-4)$ ,  $(5,1)$  y  $(9,11)$ , son colineales.
5. Dadas las rectas  $2x-y=7$  y  $x+3y=4$ , halle la ecuación de la recta que pasa por su punto de intersección y que tiene pendiente  $-3$ .
6. Mediante una traslación adecuada de ejes, reduzca la siguiente ecuación a la forma  $(x-a)^2+(x-b)^2+(z-c)^2=r^2$  e identifique la superficie que representa:  
 $x^2+4y^2+2z^2-2x+32y+8z=27$
7. Demuestre que los vectores  $d_1=(1,0,0,0)$ ;  $d_2=(1,1,0,0)$ ;  $d_3=(1,1,1,0)$ ;  $d_4=(1,1,1,1)$  generan a  $R^4$
8. Escriba la matriz que resulta del siguiente sistema de ecuaciones, su respectiva transpuesta y su solución.

$$\begin{array}{rccccrc} x + & y + & z + & t & = & 1 \\ x + & 2y + & 3z + & 4t & = & 2 \\ & y + & 2z + & 3t & = & 3 \\ & & z + & 2t & = & 4 \\ & & & t & = & 5 \end{array}$$

9. Cuál es el rango de la matriz  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -5 \\ 2 & -3 & 4 & -10 \\ -3 & 3 & -9 & 15 \\ 3 & -3 & -6 & -4 \end{bmatrix}$
- (a) 4 (b) 3 (c) 2
10. Cual es el límite de la función  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\text{sen}(x)}{\pi - x}$
- (a) 0 (b) 1 (c)  $\pi$
11. Cuando cierta sustancia se calienta su temperatura, medida en grados Celsius, después de  $t$  minutos, está dada por  $g(t) = 30t + 6\sqrt{t} + 8$  para  $0 \leq t \leq 5$ . Calcular la tasa media de variación para  $t=4$  min.
- (a)  $31.46^\circ\text{C}/\text{min}$  (b)  $140^\circ\text{C}/\text{min}$  (c)  $31.5^\circ\text{C}/\text{min}$
12. Cual es el valor de la integral  $(-1)^n \int_{-1}^1 (x-1)^n dx$
- (a)  $\frac{2^n (n!)^2}{(2n)!}$  (b)  $\frac{2^{2n-1} (n!)^2}{(2n)!}$  (c)  $\frac{2^{2n+1} (n!)^2}{(2n+1)!}$
13. Usando la notación  $\nabla \cdot (\nabla f) = \nabla^2 f$ , demuestre que la función  $f(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2$  con  $a + b + c = 0$ , satisface la ecuación de Laplace  $\nabla^2 f = 0$ .
14. La fuerza que actúa en un punto  $(x, y)$  de un plano coordenado es  $\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{4}{\|\mathbf{r}\|^3} \right) \mathbf{r}$ , donde  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ . Calcule el trabajo realizado por  $\mathbf{F}$  a lo largo de la mitad superior de la circunferencia  $x^2 + y^2 = a^2$  de  $(-a, 0)$  a  $(a, 0)$ .
15. Calcule el flujo de  $\mathbf{F}$  a través de  $S$ .  $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ;  $S$  es la parte del plano  $2x + 3y + z = 6$  contenida en el primer octante.
16. El salario medio mensual de una empresa con 12 empleados es de 1200 euros.
- a) Calcular el salario de un empleado suplementario de tal manera que el salario medio aumente 2%.
- b) Hacer lo mismo pero para que haya una disminución de 1%

c) El salario medio aumenta  $t\%$ , cuando se toma a un empleado suplementario, determinar el salario de este empleado en función de  $t$ .

17. Cual de las siguientes expresiones corresponde a la pendiente de una recta ajustada por mínimos cuadrados o regresión lineal de  $n$  valores en el plano  $xy$ .

(a)  $\frac{\sum (x_i - \bar{x})y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$

(b)  $\frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$

(c)  $\frac{\sum (x_i - \bar{x})\sum y_i}{\sum (x_i)^2 - \bar{x}^2}$

18. Una urna contiene dos bolas blancas y dos negras, una segunda urna contiene 2 bolas blancas y tres negras. Si una urna es seleccionada al azar y se saca una bola de ella, ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea blanca?

(a)  $1/2$

(b)  $9/20$

(c)  $11/30$