

## Programa en matlab para el calculo del exponente de Hurst y dimension fractal de series de tiempo

Roman Perez Enriquez, Centro de Geociencias, UNAM

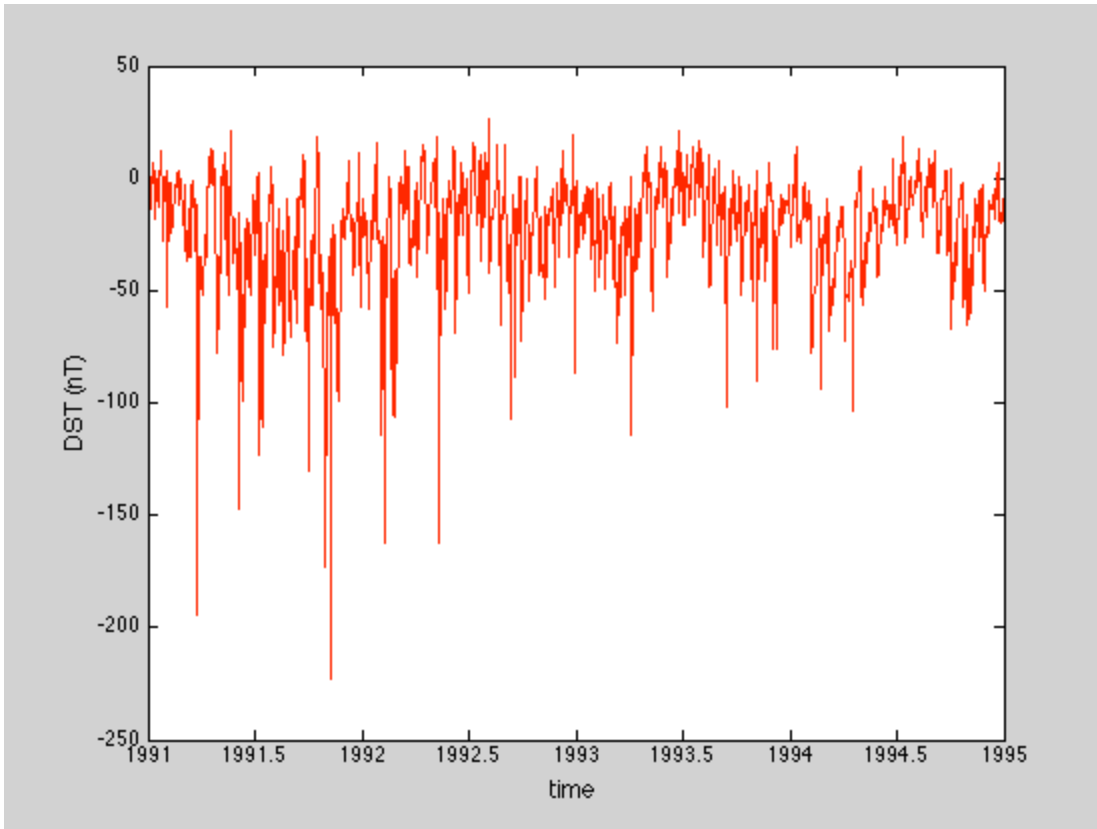
Este programa calcula el exponente de Hurst utilizando la tecnica de analisis de rango rescalado (Rescaled Range Analysis, o R/S), y la dimension fractal a partir de calcular la longitud de la serie usando diferentes tamanos de regla (Referencias 1 y 2). Para ver los resultados del programa he utilizado la serie de valores diarios del indice de actividad geomagnetica Dst para el periodo 1991-1994.

### Contents

- [Los datos](#)
- [Figura 1.](#)
- [Exponente de Hurst](#)
- [Figura 2.](#)
- [Dimension fractal](#)
- [Figura 3.](#)
- [Conclusiones](#)
- [Agradecimientos](#)
- [Referencias](#)

### Los datos

```
clear all
close all
load DST
s = Dst;
N = length(s);
f1=figure;
t= 1:N;
T = (4*t/N)+1991;
plot(T,s,'r')
xlabel('time','FontSize',12)
ylabel('DST (nT)','FontSize',12)
%
```



**Figura 1.**

Datos diarios de actividad geomagnetica Dst como funcion del tiempo para el periodo 1991-1994

### Exponente de Hurst

El exponente de Hurst,  $H$ , de una serie es importante porque muestra el grado de rugosidad de esta. Dado que los valores de  $H$  van de 0 a 1 indica si la serie es aleatoria ( $H \sim 0.5$ ), antipersistente ( $H < 0.5$ ) o persistente ( $H > 0.5$ ).

El analisis R/S consiste en escoger un cierto numero de escalas, obtener la media del vector, calcular las diferencias de cada valor con respecto a la media y hacer una suma acumulativa de ellas. El rango es la diferencia entre el valor maximo y el valor minimo de esta suma. Al dividir entre la desviacion standard se obtiene R/S la cual, segun Hurst, es proporcional a  $ct^H$ , donde  $c$  es una constante (0.5) y  $t$  es la escala en cuestion. Asi que al graficar  $\log(R/S)$  vs  $t$ , la pendiente de la recta es  $H$ .

```

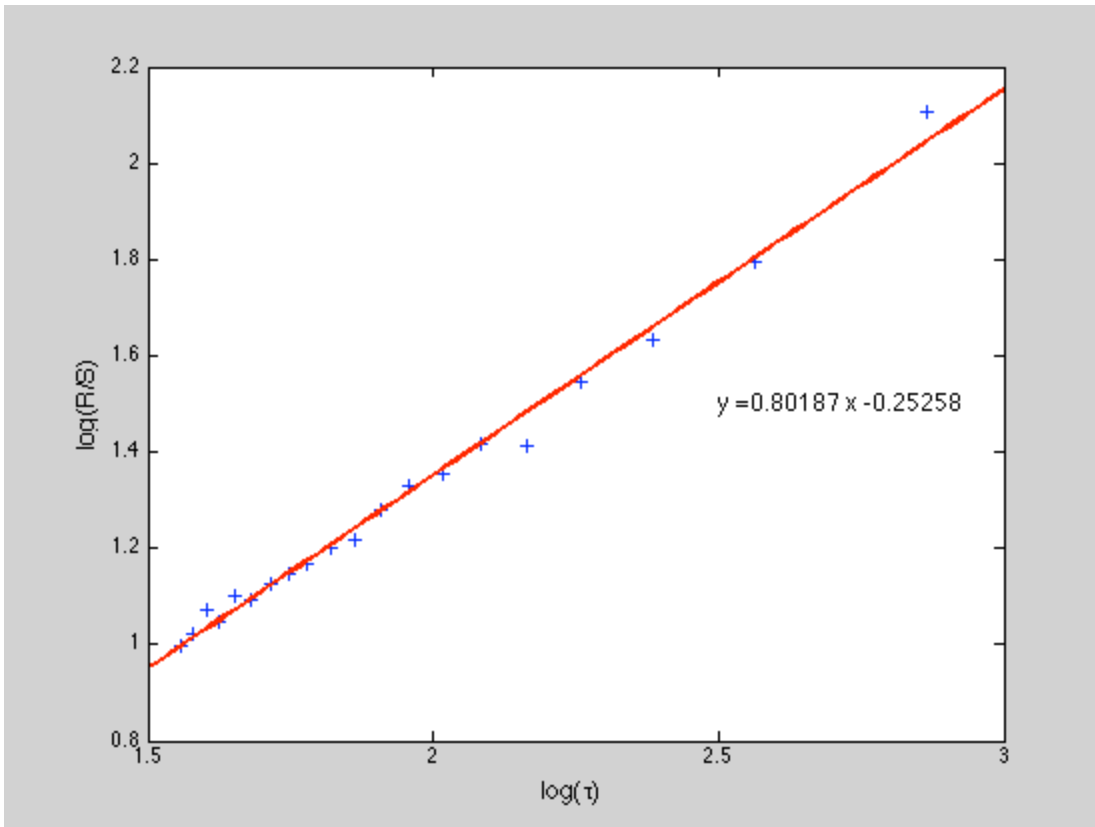
for i = 1:20;
    m = floor(N/(2*i));
    for j=1:i;
        r = s(1+(j-1)*m:j*m);
        M = mean(r);
        x = (r-M);
        V = cumsum(x);
        R(j) = max(V)-min(V);
        S(j) = std(r);
    end
    tau(i) = m;
    RS(i) = mean(R./S);
end
f2=figure;
plot(log10(tau),log10(RS),'+')
xlabel('log(\tau)', 'FontSize',12)

```

```

ylabel('log(R/S)', 'FontSize', 12)
hold on
q = polyfit(log10(tau), log10(RS), 1);
t = 1.5:.01:3;
y = q(1)*t+(q(2));
plot(t,y,'r', 'LineWidth', 2)
text(2.5, 1.5, ['y = ' num2str(q(1)), ' x ' num2str(q(2))], 'FontSize', 12)
hold off

```



**Figura 2.**

Grafica del  $\log(\tau)$  versus  $\log(R/S)$  que representa el análisis de rango reescalado, de donde se extrae el exponente de Hurst.

### Dimension fractal

Más que la dimensión fractal, lo que se calcula aquí es la longitud de una serie utilizando reglas de diferente tamaño. Entre más pequeña es la regla más grande es la longitud. Si la serie es fractal, esto es, no una escala característica,  $\log(x)$  vs  $\log(L)$  es una línea recta cuya pendiente es la dimensión fractal.

A diferencia del análisis anterior, la mejor aproximación se logra a partir de una regla suficientemente corta, por lo que aquí se consideran divisiones entre 20 y 60.

```

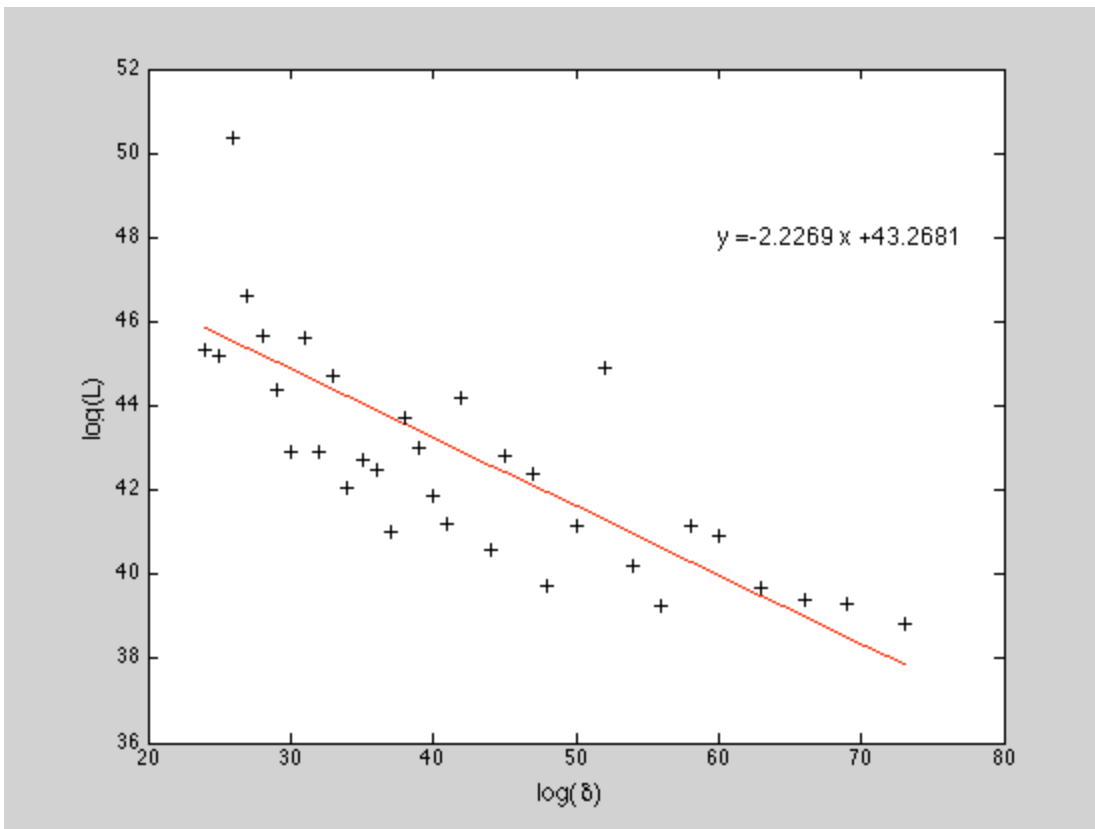
ini = 20;
for j=ini:60;
    del = floor(N/j); % el valor del incremento a utilizar
    s1 = s(1:del:(N-del));
    s2 = s(del:del:N-1);
    k = j-ini+1;
    L(k) = sum(sqrt(del^2+(s2-s1).^2))^0.5;
    delta(k) = del;
end

```

```

end
f3=figure;
del = (delta - mean(delta))./std(delta);
qd = polyfit(del,L,1);
pd = polyval(qd,del);
plot(delta,pd,'-r',delta,L,'+k')
xlabel('log(\delta)', 'FontSize',12)
ylabel('log(L)', 'FontSize',12)
yd = qd(1)*t+qd(2);
text(60,48,['y = ' num2str(qd(1)), ' x +' num2str(qd(2))], 'FontSize',12)
H1 = 2-qd(1); fraction=(qd(1)-q(1))/q(1);

```



**Figura 3.**

Grafica de  $\log(\delta)$  versus  $\log(\text{longitud})$  en donde solo se han tomado escalas pequeñas (entre 70 y 120 días) para los cuales se puede ajustar una línea recta. No obstante, este ajuste no es satisfactorio.

### Conclusiones

Dado que la serie de Dst es periódica, como se muestra tanto en la figura 1 como en la 2, el exponente de Hurst es mayor de 0.5 ( $H=0.85$ ), es decir, la serie es persistente. La aproximación a una recta de la figura 2 es, como se puede ver, mala. Así que se puede afirmar que el índice de actividad geomagnética no es fractal.

### Agradecimientos

Agradezco a Ramon Zuniga y Anatoly Kotsarenko sus correcciones y valiosos comentarios. El texto se produjo sin acentos utilizando el programa de edición de matlab

### Referencias

1. <http://www.xlpert.com/rescaled.htm>

2. <http://gummy-stuff.org/hurst.htm>